

**Análisis de problemas medioambientales a través de métodos Electre.**

**Environmental problems' analysis through Electre methods.**

**Autor:** Ing. Carlos Alejandro Díaz-Schery

**Organismo:** Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería y Ciencias Técnicas de la Educación. Universidad Guantánamo, Cuba.

**E-mail:** [cdiaz@cug.co.cu](mailto:cdiaz@cug.co.cu)

**Resumen.**

Este estudio fue aplicado en el Centro para la Investigación y Rehabilitación de la Ataxia Hereditaria, se realiza un análisis sobre una de las versiones de los Métodos ELECTRE que pertenecen a la familia de Métodos de Relaciones de Superación y que, si bien, no es la de más reciente aparición, se utiliza aquí por la importancia que tiene al considerar criterios verdaderos y a su vez permitiendo dar cumplimientos a los objetivos. Además, se presenta la aplicación de la metodología a un ejemplo para resolver un problema medioambiental, en concordancia con el uso de los citados criterios verdaderos.

**Palabras clave:** toma de decisiones; decisión multicriterio; métodos ELECTRE; problemas medioambiental.

**Abstract.**

This study was applied in the Investigation and Rehabilitation of the Hereditary Ataxia Center and it was carried out an analysis on an one belonging to the versions of the ELECTRE Methods that they belong to relational Overcoming Relations' Methods and that, if well, the too many is not recent appearing, it is utilized here for the importance that it has when considering true criteria and in turn permitting to give fulfillments to the objectives. Besides, it is presented the application of the methodology to an example to solve an environmental problem, in concordance with the use of the aforementioned true criteria.

**Keywords:** take of decisions; multi-opinion decision; ELECTRE methods; environmental problems.

## **Introducción.**

El análisis multicriterio es un método procedente del campo de la toma de decisiones aplicada al análisis de políticas. Este tipo de análisis parte de la idea de que en un determinado problema real, en el que la complejidad es muy alta, no hay una solución que optimice al mismo tiempo todos los criterios, por lo que es necesario llegar a una solución de compromiso entre los distintos valores e intereses. Es decir, una solución multicriterio (Lomas, 2005). Un objetivo básico de los métodos multicriterio es apoyar la resolución de conflictos de intereses entre la explotación de bienes y la pérdida o deterioro de servicios en las problemáticas ambientales. Ejemplos de conflictos de este tipo se dan entre agricultura intensiva-polución difusa, agricultura-erosión-calidad de agua, agricultura-erosión-deterioro de humedales, entre otros.

Los métodos multicriterio son herramientas para el análisis de alternativas o variables de decisión, que son evaluadas a través del cumplimiento de objetivos, valorados por criterios cuantitativos. Las variables de decisión pueden ser continuas (la superficie óptima de un determinado cultivo que maximice el ingreso y minimice la erosión), o discretas (la mejor de entre varias alternativas de ordenamiento, como en este trabajo), dando lugar a métodos multicriterio continuos o discretos (Romero, 1993).

Los métodos que incorporan en sus análisis las denominadas “Relaciones de Superación” tuvieron su origen en Francia y Bélgica; nacen de la mano de Bernard Roy y su equipo de colaboradores en 1966. La idea es comparar las alternativas por pares sobre la base de dos medidas: la concordancia y la discordancia. La concordancia evalúa si una alternativa en sus peores circunstancias es mejor o igual con la que se está haciendo la comparación; la discordancia es el caso inverso, mide la jerarquía de aquellos criterios donde una alternativa es inferior a aquella a la que se enfrenta. Los principales representantes de estas ideas son los métodos ELECTRE (Elimination et Choix Traduisant la Réalité), aunque posteriormente hacen su aparición los métodos PROMETHEE (Preference Ranking Organization Methods for Enrichment Evaluations), con facilidad de aplicación y comprensión por parte del decisor, de la mano de los investigadores (Phillip & Jean P, 1985).

La presente investigación se centra en los métodos ELECTRE, con especial énfasis en el análisis de concordancia y la posterior construcción de la Relación de Superación, tomando la versión Electre I, que aparta todas aquellas alternativas factibles no dominadas, en la entidad objeto de estudio (CIRAH), por tanto este método es bipartito o dicho de otra manera, las alternativas se separan en 2 conjuntos, uno con las alternativas que tienen más adecuadas y otro que tiene las alternativas que no se consideran viables, que resultan los más apropiados para su aplicación a problemas medioambientales como el que se propone en la aplicación práctica.

## **Desarrollo.**

### **Materiales y métodos**

#### **Análisis de la Concordancia y de la Discordancia**

El análisis de concordancia hace uso de diversas y sencillas funciones matemáticas para indicar el grado de dominancia de una alternativa o grupo de alternativas, y posibilita la

existencia de “incomparabilidades”. Dado su carácter no compensatorio, no se admiten los intercambios o compensaciones (“trade off”) de un criterio respecto de otro para cada elección individual. Este rasgo permite diferenciarlo de los modelos de la Teoría de la Utilidad Multiatributo (MAUT), que son de carácter compensatorio y aditivo. El análisis de concordancia está reconocido como un modelo de decisión multicriterio de naturaleza no-compensatoria.

La información que se necesita se resume en:

1. Varias alternativas donde se tenga que elegir a la mejor:
2. Un conjunto de criterios de decisión, que son la parte más importante del análisis porque de aquí se evalúan cada una de las posibilidades que se disponen.
3. Una vez que se han detallado el conjunto de criterios, se procede a valorar a cada uno de estos, donde se revele su fortaleza relativa.
4. Un resultado o una valoración de cada posibilidad según cada criterio.

El test de concordancia se realiza a través de una matriz, que está formada por una serie de indicadores de concordancia para cada dos acciones y que está expresada en la fórmula siguiente: “El indicador de concordancia de dos acciones cualquiera del conjunto de acciones viables planteada (i y j), va a ser igual al cociente entre la suma de los pesos de los criterios para los cuales una alternativa (i) es igual o superior a otra con la que se compara (j) y la suma total del peso de los criterios”<sup>1</sup>.

En el test de Concordancia la prioridad se da a los criterios cuya orientación es  $A \rightarrow B$ , el test de Discordancia tiene como finalidad medir el grado de intensidad con el que divergen los criterios minoritarios, para esto se procede al cálculo del indicador de discordancia. Aquí “En la hipótesis que A domina a B: para el indicador de discordancia se tienen en cuenta aquellos criterios en los cuales A no domina a B (criterios discordantes) y, de todos ellos, se toma el que posea una mayor diferencia numérica, en valor absoluto, de B sobre A. El indicador de discordancia se calcula dividiendo esa diferencia obtenida por la máxima amplitud posible, es decir, por la diferencia entre el nivel máximo y el nivel mínimo de la escala numérica utilizada. El indicador de discordancia mide el grado de desacuerdo máximo que puede existir entre las alternativas A y B, según la hipótesis que A domina a B

Hay que cumplir dos condiciones para que una alternativa sobre clasifique a otra  $A \rightarrow B$ :

1era Condición:  $C_{AB} \geq p$  El índice de concordancia es mayor o igual que el umbral de concordancia fijado por el sujeto decisor (p), este valor variará entre 0 y 1.

2da Condición:  $D_{AB} \leq q$  El índice de discordancia es menor o igual que el umbral de discordancia fijado por el sujeto decisor (q), este valor variará entre 0 y 1.

En Electra 1, p y q variarán entre 0 y 1, donde los denominadores son: el índice de concordancia (suma de pesos), y el índice de discordancia (amplitud de la escala).

La comparación entre las alternativas se efectúa por pares y con respecto a cada uno de los criterios de decisión seleccionados, y establece el grado de dominancia que una alternativa tiene sobre la otra; es decir, determina su “grado de superación”. Este grado de superación o

---

<sup>1</sup> Decisiones empresariales con criterios múltiples, Antonio Leal Millán, Mercedes Sánchez, José Roldán y Adolfo Vásquez; Ediciones Pirámide, 1995. Pag. 95

dominancia lo establecen las relaciones matemáticas que se formulan, determinando hasta qué punto una alternativa destaca sobre las restantes. Además los pesos que el decisor asigna a cada criterio y que reflejan sus preferencias, confirman o contradicen la relación de dominancia binaria entre las alternativas de decisión.

El método analiza tanto el grado de concordancia, como el de discordancia, es decir:

- 1.- El grado en el que las ponderaciones que reflejan las preferencias están de acuerdo con la relación binaria de dominación, y
- 2.- El grado en el cual las evaluaciones ponderadas difieren entre sí.

Estas etapas se fundamentan en los denominados conjuntos de concordancia y discordancia. Una de las ventajas de este tipo de análisis es que utiliza la información disponible en forma muy intensiva, exigiendo muy poco al decisor. El proceso finaliza con la selección de una alternativa o grupo de alternativas preferidas, consideradas como “la mejor solución de compromiso”.

De todos los métodos y versiones de software que se han realizado con esta metodología del análisis de concordancia, el más reconocido representante es el método ELECTRE.

### **Tipos de criterios utilizados en los métodos ELECTRE**

Las estructuras de preferencia utilizadas por los métodos de relaciones de superación, recogen distintos tipos de criterios, dependiendo de la complejidad de su formulación y de la naturaleza del problema de decisión.

Así se pueden distinguir:

- El criterio verdadero o real
- El semi-criterio
- El criterio de intervalo
- El pseudo criterio

La versión del ELECTRE I., utiliza “criterios verdaderos”, por lo que se especificará este tipo de criterios con más precisión, para comprender mejor el funcionamiento de la metodología en este caso particular, y reconocer así la importancia que conlleva, en el tipo de problemas medioambientales que se estudian.

Las últimas versiones del ELECTRE trabajan con pseudo-criterios incorporando así complejidad a las estructuras de preferencia, ya que se pretende mejorar la estructura de preorden, que como se sabe es la más sencilla. De esta forma se perfila con mayor profundidad el tratamiento de la incertidumbre al incorporar nuevos umbrales (preferencia, indiferencia veto).

Criterio real o verdadero es la forma más sencilla de formular un criterio y se utiliza en aquellas estructuras de preferencia denominadas “tradicionales”. En ellas no deben determinarse umbrales y las diferencias entre las evaluaciones de los criterios se utilizan para decidir cuál es la alternativa preferida. La estructura de preferencia del ordenamiento resultante es un preorden completo.

Cualquier estructura de preferencia o superación puede caracterizarse completamente mediante una relación de superación (S), que define las condiciones necesarias para que una alternativa  $a$  supere a otra  $b$ . Así, la alternativa  $a$  supera (S) a la alternativa  $b$  si el decisor la prefiere a  $b$  o es indiferente (I) entre ambas. Formalmente se puede escribir de la forma

$$a S b \Leftrightarrow a P b \text{ o } a I b$$

En una estructura de preferencia “tradicional”, las preferencias del decisor satisfacen el modelo siguiente:

$$a P b \Leftrightarrow g(a) > g(b) \quad a I b \Leftrightarrow g(a) = g(b)$$

siendo  $a$  y  $b$  dos alternativas del conjunto  $A$ ,  $a, b \in A$ , y  $g$  es la función de valor de uno de los criterios.

S se define como la unión de P e I, es decir  $S = P \cup I$

$$a S b \Leftrightarrow g(a) \geq g(b)$$

La relación de indiferencia I, resulta tener la importante propiedad transitiva, es decir que Si  $a I b$ , y  $b I c$ , entonces  $a I c$

Esta estructura de preferencia se denomina preorden completo y cumple las propiedades reflexiva, transitiva y la completitud. Todas las alternativas tienen que ser ordenadas de la mejor a la peor, admitiendo empates o incomparabilidades entre alternativas del mismo rango. Si no existiesen empates, la relación podrá transformarse en un orden completo, satisfaciendo las propiedades reflexiva, antisimétrica, transitiva y la completitud.

### **Método Electre I**

En general, en un problema de decisión multicriterio, se dice que la alternativa  $a$  supera a la alternativa  $b$  si, dados el nivel de conocimiento de las preferencias del decisor y la calidad de la información respecto de todos los criterios relevantes disponibles para evaluar cada alternativa, existen argumentos suficientes a favor de considerar que la alternativa  $a$  es al menos tan buena como la alternativa  $b$ , y no existen argumentos sólidos que indiquen lo contrario.

Al construir la relación de superación, la definición debe enriquecerse de forma tal que facilite la solución del problema de decisión. El método ELECTRE afronta su “enriquecimiento” en dos etapas diferentes:

- 1.- La construcción de una relación de superación
- 2.- La explotación de la relación construida.

En la versión objeto de este estudio, el método ELECTRE I, que fue la primera versión del modelo presentado por Bernard Roy en 1968 para la formulación y resolución de problemas de decisión con criterios múltiples, el objetivo consiste en obtener un subconjunto, kernel o núcleo (N) de alternativas de tal forma que cualquier alternativa que no pertenezca al conjunto N es superada por al menos otra alternativa de N. Debe enfatizarse que no se trata de un conjunto de alternativas preferidas sino un conjunto en el que puede encontrarse la mejor solución de compromiso. Por tanto, el método ELECTRE I busca obtener una partición del conjunto de alternativas  $A$ , que es un conjunto finito y contiene todas las alternativas factibles consideradas, en dos subconjuntos  $N$  y  $A \setminus N$ , tales que:

- 1.- Cada alternativa de  $A \setminus N$  es superada por al menos una alternativa de  $N$ ,
- 2.- Las alternativas de  $N$  son incomparables entre sí.
- 3.-  $N \cap A \setminus N$  es el conjunto vacío
- 4.-  $N \cup A \setminus N$  es el conjunto  $A$

En la primera fase del Electre I, construcción de la relación de superación, a cada criterio se le asigna una ponderación o peso  $w_j$ , con  $j= 1, 2, \dots, n$ , siendo  $n$  el número de criterios, que refleja las preferencias del decisor. Estos pesos son crecientes en relación a la mayor importancia del criterio. Se define el índice de concordancia para cada par ordenado de alternativas  $(a,b)$ ,  $C(a,b)$  de la forma:

$$C(a,b) = \frac{1}{W} \sum_{j/g_j(a) \geq g_j(b)} w_j \quad \text{Donde } W = \sum_{j=1}^n w_j, \text{ siendo } g_j(a) \text{ la evaluación de la alternativa } a \text{ bajo}$$

el criterio  $g_j$

Así pues, el índice de concordancia toma valores comprendidos entre 0 y 1, y además mide la fuerza de la afirmación “la alternativa  $a$  supera a la alternativa  $b$ ”. No obstante, cualquier superación de la alternativa  $b$  por la alternativa  $a$  puede ser debilitada o considerada dudosa por el índice de discordancia  $D(a,b)$ , que se define como

$$D(a,b) = 0 \quad \text{si} \quad g_j(a) \geq g_j(b), \text{ para todo } j = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$D(a,b) = \frac{1}{d} \left\{ \max_{(a,b)/g_j(a) < g_j(b)} (g_j(b) - g_j(a)) \right\} \quad \text{si } g_j(a) < g_j(b), \text{ para algún par } (a,b), \text{ siendo } d$$

la máxima diferencia para cualquier criterio y cualquier par de alternativas.

De esta forma,  $D(a,b)$  es un índice cuyos valores están comprendidos entre 0 y 1, y se incrementa si la preferencia de la alternativa  $b$  sobre la alternativa  $a$  es importante para al menos un criterio. Este índice puede utilizarse, solo si las evaluaciones de los diferentes criterios son comparables y no son de naturaleza cualitativa. Si el índice de discordancia alcanza un cierto valor umbral, la superación de la alternativa  $b$  por la alternativa  $a$  que podría indicar el índice de concordancia, es rechazada.

Así, la relación de superación del ELECTRE I se construye comparando los índices de concordancia y discordancia, previa especificación de sus respectivos límites o umbrales. Si se supone que  $c^*$  es el valor límite especificado para el índice de concordancia (umbral de concordancia como máximo igual a 1), y  $d^*$  es el valor límite especificado para el índice de discordancia (umbral de discordancia como mínimo igual a 0), entonces la relación de superación  $S$ , puede definirse tomar la forma:  $a S b \Leftrightarrow C(a, b) \geq c^* \text{ y } D(a, b) \leq d^*$

Respecto a la segunda fase, la explotación de la relación de superación, el método ELECTRE, mediante la utilización de los índices establecidos anteriormente, busca obtener una partición del conjunto de alternativas  $A$ , que como ya se ha comentado, es un conjunto finito y contiene todas las alternativas factibles consideradas, en dos subconjuntos  $N$  y  $A \setminus N$ , tales que:

- 1.-  $\forall b \in A \setminus N$ , existe  $a \in N$ , tal que  $a S b$
- 2.-  $\forall a, b \in N$ ,  $a \text{ no } S b$  y  $b \text{ no } S a$
- 3.-  $N \cap A \setminus N$  es el conjunto vacío
- 4.-  $N \cup A \setminus N = A$

i se realiza la representación gráfica de la relación  $S$ , el conjunto  $N$  constituye el núcleo o kernel del grafo resultante. Si el grafo no posee circuitos, dicho núcleo existe y además contiene un único elemento. En cualquier caso, el número de alternativas del núcleo podría

reducirse, relajando los valores de  $c^*$  (disminuyendo a partir de uno), y de  $d^*$  (incrementándose a partir de 0).

La búsqueda de la mejor solución de compromiso debería completarse con un análisis refinado de las alternativas que componen el núcleo. Dicho análisis deberá constar de un análisis de sensibilidad, introduciendo variaciones en los distintos parámetros utilizados, y en un estudio de la robustez de los resultados obtenidos, con respecto a las citadas variaciones. El análisis de sensibilidad es relativamente un estudio clásico en todos los ámbitos, las versiones de software que se realizan lo incluyen desde el principio. Sin embargo, el análisis de robustez en el sentido de la ayuda a la decisión multicriterio está aún en fase de discusión y estudio. No todos los autores están habituados a este tipo de análisis, ni existe aún una misma metodología en este sentido. Es por este motivo que hay que resaltarlo y pormenorizarlo.

Es muy importante, para otorgar mayor fiabilidad al modelo que se considera, el efectuar el estudio de la robustez de los resultados obtenidos, sometiendo los valores de los pesos y de los umbrales definidos a posibles variaciones y observando los efectos que se producen en los resultados finales. Normalmente, se indica cuál es el rango de los valores de los parámetros dentro del cual el resultado permanece invariante y también se deben destacar las variables que son cruciales para modificar la alternativa elegida. Así pues, sobre la base de un estudio de robustez es posible superar algunas reservas o dudas manifestadas durante el proceso de decisión, tanto por parte del decisor, como por parte del analista, respecto de los valores originales de los parámetros. Si, al introducir variaciones en ambos extremos del intervalo establecido para sus valores iniciales, los resultados no sufren modificaciones significativas, entonces puede decirse que son robustos.

Generalmente, al estudiar la robustez de los resultados proporcionados por el ELECTRE I, se pueden someter a variaciones los valores siguientes:

- El rango de escalas de los valores utilizados en la valoración de los criterios
- Las ponderaciones de los criterios ( $w_j$ )

El umbral de concordancia  $c^*$  El umbral de discordancia  $d^*$

### **Aplicación**

En una ciudad, capital de provincia, se plantea la necesidad de la construcción de una autopista que permita eliminar los contratiempos en la circulación durante las horas punta del día. A tal efecto, se presentan seis proyectos alternativos que serán evaluados de acuerdo con los siguientes criterios medioambientales:

C1: Consecuencias polucionantes del ruido

C2: Consecuencia de la separación de tierras de la comunidad

C3: Consecuencias polucionantes del aire

C4: Consecuencias polucionantes de la tierra

C5: Consecuencias para el entretenimiento

Cada criterio posee una ponderación, en relación con la importancia que tiene cada uno de ellos para el decisor, de forma que se establecen los valores recogidos en la tabla siguiente:  
Relación entre criterios y ponderaciones definidas

<b>Criterios</b>	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>	<b>C5</b>
<b>Ponderaciones</b>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>1</u>	<u>1</u>

Cada criterio es evaluado de acuerdo con la siguiente escala cualitativa

<b>MB</b>	<b>B</b>	<b>N</b>	<b>A</b>	<b>MA</b>
Muy beneficioso	Beneficioso	Neutral	Adverso	Muy adverso

La evaluación de los impactos de cada criterio, para cada uno de los proyectos alternativos es la siguiente:

<b>Criterios Proyectos</b>	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>	<b>C5</b>
<b>P1</b>	N	MB	A	N	MB
<b>P2</b>	MA	A	A	MB	N
<b>P3</b>	MA	N	MA	MB	A
<b>P4</b>	MB	A	N	N	N
<b>P5</b>	MB	N	B	N	B
<b>P6</b>	MB	N	MB	B	B
<b>Ponderaciones</b>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>1</u>	<u>1</u>

Se ha procedido a la cuantificación, utilizando el siguiente sistema de evaluación:

a) Para C1, C2, C3, los valores asignados a la escala cualitativa son

<b>MB</b>	<b>B</b>	<b>N</b>	<b>A</b>	<b>MA</b>
<u>20</u>	<u>15</u>	<u>10</u>	<u>5</u>	<u>0</u>

b) Para C4 y C5, los valores asignados a la escala cualitativa son

<b>MB</b>	<b>B</b>	<b>N</b>	<b>A</b>	<b>MA</b>
<u>16</u>	<u>13</u>	<u>10</u>	<u>7</u>	<u>4</u>

El sistema de evaluación conduce a una segunda tabla de información ponderada tal como sigue a continuación.

<b>Criterios Proyectos</b>	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>	<b>C5</b>
<b>P1</b>	<u>10</u>	<u>20</u>	<u>5</u>	<u>10</u>	<u>16</u>
<b>P2</b>	<u>0</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>16</u>	<u>10</u>
<b>P3</b>	<u>0</u>	<u>10</u>	<u>0</u>	<u>16</u>	<u>7</u>
<b>P4</b>	<u>20</u>	<u>5</u>	<u>10</u>	<u>10</u>	<u>10</u>
<b>P5</b>	<u>20</u>	<u>10</u>	<u>15</u>	<u>10</u>	<u>13</u>
<b>P6</b>	<u>20</u>	<u>10</u>	<u>20</u>	<u>13</u>	<u>13</u>
<b>Ponderaciones</b>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>1</u>	<u>1</u>

Para construir la relación de superación en primer lugar habrá que calcular los índices de concordancia. Cada criterio tiene asignado un peso que será mayor cuanto mayor sea la importancia del criterio. El índice de concordancia de cada par ordenado (Pi, Pj) se define como:

$$C(P_i, P_j) = \frac{1}{W} \sum_{k/C_k(P_i) \geq C_k(P_j)} w_k \quad \text{Donde } W = \sum_{k=1}^5 w_k, \text{ siendo } C_k(P_i) \text{ la evaluación del proyecto } P_i$$

bajo el criterio Ck

El índice de discordancia se define de la manera siguiente: D (Pi, Pj) = 0  
si  $C_k(P_i) \geq C_k(P_j)$ , para todo  $k = 0, 1, 2, \dots, 6$



$$D(P_i, P_j) = \frac{1}{d} \left\{ \max_{(P_i, P_j) / C_k(P_j) - C_k(P_i)} (C_k(P_j) - C_k(P_i)) \right\}$$

si  $C_k(P_i) < C_k(P_j)$  , para algún para algún par ordenado de proyectos  $(P_i, P_j)$

Siendo d la máxima diferencia para cualquier criterio y cualquier par de proyectos. Así para calcular dichos índices, se introducen los valores de las tablas anteriores en la definición, y se obtienen las matrices de concordancia y discordancia.

Matriz de concordancia							Matriz de discordancia.						
C(P <sub>i</sub> , P <sub>j</sub> )	P1	P2	P3	P4	P5	P6	D(P <sub>i</sub> , P <sub>j</sub> )	P1	P2	P3	P4	P5	P6
P1	-	0,9	0,9	0,4	0,4	0,3	P1	-	0,3	0,3	0,5	0,5	0,75
P2	0,4	-	0,8	0,1	0,1	0,1	P2	0,75	-	0,25	1	1	1
P3	0,1	0,6	-	0,3	0,3	0,3	P3	0,5	0,25	-	1	1	1
P4	0,7	0,9	0,7	-	0,4	0,3	P4	0,75	0,3	0,3	-	0,25	0,5
P5	0,7	0,9	0,9	1	-	0,6	P5	0,5	0,3	0,3	0	-	0,25
P6	0,7	0,9	0,9	1	1	-	P6	0,5	0,15	0,15	0	0	-

Si ahora se supone que  $c^* = 0,9$  y  $d^* = 0,25$ , entonces se pueden calcular las matrices de dominancia concordante y discordante expuestas a continuación, y definidas como sigue:

$$\text{Dominancia Concordante DC } (P_i, P_j) = \begin{cases} 0 & \text{si } C(P_i, P_j) < c^* \\ 1 & \text{si } C(P_i, P_j) \geq c^* \end{cases}$$

$$\text{Cominancia Discordante DD } (P_i, P_j) = \begin{cases} 0 & \text{si } C(P_i, P_j) > d^* \\ 1 & \text{si } C(P_i, P_j) \leq d^* \end{cases}$$

Matriz de Dominancia concordante

Dominancia concordante	P1	P2	P3	P4	P5	P6
P1	-	1	1	0	0	0
P2	0	-	0	0	0	0
P3	0	0	-	0	0	0
P4	0	1	0	-	0	0
P5	0	1	1	1	-	0
P6	0	1	1	1	1	-

Matriz de Dominancia discordante

Dominancia discordante	P1	P2	P3	P4	P5	P6
P1	-	0	0	0	0	0
P2	0	-	1	0	0	0
P3	0	1	-	0	0	0
P4	0	0	0	-	1	0
P5	0	0	0	1	-	0
P6	0	1	1	1	1	-

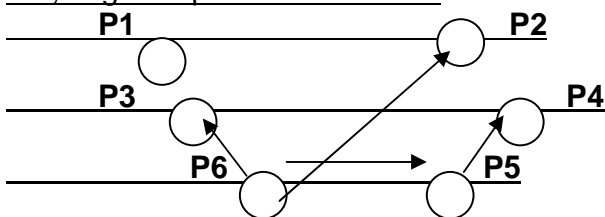
Y por último se construye la matriz de dominancia agregada (conc-disc)

$$\text{Conc-disc } (P_i, P_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } DC(P_i, P_j) = DD(P_i, P_j) \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Matriz de Dominancia Agregada

conc-disc	P1	P2	P3	P4	P5	P6
P1	-	0	0	0	0	0
P2	0	-	0	0	0	0
P3	0	0	-	0	0	0
P4	0	0	0	-	0	0
P5	0	0	0	1	-	0
P6	0	1	1	1	1	-

Así, el grafo queda de la forma:



Donde el núcleo está formado por los proyectos 1 y 6, es decir Núcleo = {P1, P6}

Siendo incomparables con este método, el proyecto 1 con todos los demás, mientras que el proyecto 6 es preferido al 3, al 2 y al 5, y además el proyecto 5 es preferido al 4.

### Conclusiones.

El modelo ELECTRE I posee una gran adaptabilidad a la calidad de la información disponible en el proceso de evaluación de los problemas medioambientales. Se puede decir que refleja una solución más realista al problema de elegir las mejores alternativas de compromiso en un contexto de evaluación medioambiental, donde la calidad de los datos disponibles puede presentar limitaciones importantes.

### Bibliografía.

- Antón, J., Grau, J. & Sánchez, E. (2006). *Compromise Programming Calibration for financial analysis of firms of a common sector of business, case study for a set of Spanish banks in. Applied Financial Economics*. UK.
- Lu, G., Wang, H. & Mao, X. (2010). *Using ELECTRE TRI outranking method to evaluate trustworthy software. In Autonomic and Trusted Computing*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg.
- Mareschal, B. & De Smet, Y., (2009). *Visual PROMETHEE: Developments of the PROMETHEE & GAIA multicriteria decision aid methods, In Industrial Engineering and Engineering Management, IEEE International Conference*.
- Tervonen, T. (2012). *JSMAA: open source software for SMAA computations. International Journal of Systems Science*. s.l.
- YU, W. (1992). *ELECTRE TRI – Aspects Méthodologiques et Guide d'Utilisation*. Paris(Université de Paris – Dauphine).

**Fecha de recibido: 14 ene. 2016**

**Fecha de aprobado: 11 mar. 2016**